



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۱
۴ آبان ۱۴۰۳

پرسشنامه

اختصاصی ریاضی - فیزیک

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از سؤال	تا سؤال	محتوای آزمون	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان (۱)	۲۰	۱	۲۰	فصل ۱ تا انتهای درس ۴ (صفحه ۱ تا ۲۸)	۳۵ دقیقه
۲	هندسه (۲)	۱۰	۲۱	۳۰	فصل ۱ تا ابتدای چندضلعی‌های محاطی و محیطی (صفحه ۹ تا ۲۳)	۱۸ دقیقه
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	فصل ۱ درس‌های ۱ و ۲ تا سر ضرب دکارتی بین دو مجموعه (صفحه ۱ تا ۳۰)	۱۷ دقیقه
	تعداد کل سؤال:	۴۰			مدت پاسخ‌گویی:	۷۰ دقیقه

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



مدت پاسخ‌گویی: ۳۵ دقیقه

حسابان

۱. در دنباله حسابی ... ، ۱۱ ، x ، ۳ مجموع ۲۰ جمله اول دنباله کدام است؟
 (۱) ۸۴۰ (۲) ۸۲۰ (۳) ۷۶۰ (۴) ۷۴۰
۲. در یک دنباله حسابی اگر $\frac{a_{20}}{a_{10}} = \frac{39}{19}$ باشد، نسبت $\frac{S_{20}}{S_{10}}$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳
۳. مجموع حداقل چند جمله از دنباله هندسی ... ، ۶ ، ۲ بزرگ‌تر از ۵۰۰۰ است؟
 (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۹
۴. حاصل عبارت $(x - x^2 + x^3 - \dots + x^9)(x + x^2 + \dots + x^9)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟
 (۱) ۱۰۲۳ (۲) ۵۱۱ (۳) ۲۰۴۶ (۴) ۱۰۲۲
۵. اگر $x = \frac{9}{y}$ یکی از ریشه‌های معادله $7x^2 - mx - 5 = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟
 (۱) $\frac{3}{y}$ (۲) $-\frac{2}{y}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $-\frac{5}{9}$
۶. اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 3x - 5 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\alpha^2(3 - \beta) + \beta^3$ کدام است؟
 (۱) ۶۴ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴) ۷۶
۷. حاصل ضرب جواب‌های معادله $(\frac{x^2}{y} - 1)^2 - 7(\frac{x^2}{y} - 1) - 10 = 0$ کدام است؟
 (۱) ۸۲ (۲) ۶۸ (۳) ۵۲ (۴) ۷۲
۸. اگر $x = 1$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ باشد، مجموع دو صفر دیگر تابع کدام است؟
 (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) صفر (۴) ۱
۹. اگر به ازای $m \in (a, b)$ هر دو ریشه معادله $2x^2 + 9x + m = 0$ کوچک‌تر از ۲ باشد، $b - a$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$
۱۰. اگر نقاط برخورد سهمی $x^2 - 5x - 1 = 0$ با محورهای مختصات، رأس‌های یک مثلث باشند، مساحت این مثلث چقدر است؟
 (۱) $\frac{\sqrt{29}}{2}$ (۲) $\sqrt{29}$ (۳) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ (۴) $\sqrt{21}$
۱۱. معادله $\sqrt{4 - x^2} + 3\sqrt{x^2 + 5x - 14} = 0$ چند جواب دارد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
۱۲. شخصی چند کتاب یکسان را در مجموع به قیمت ۱۲۰ واحد خرید. اگر فروشنده هر کتاب را یک واحد ارزان‌تر دهد، این شخص می‌تواند با همان پول، چهار کتاب دیگر هم بخرد. قیمت هر کتاب در ابتدا چند واحد بوده است؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸
۱۳. مجموع مکعبات جواب‌های معادله $\sqrt{x^2 + 3x + 13} - \sqrt{x^2 + 3x + 6} = 1$ کدام است؟
 (۱) -۵۴ (۲) -۶۲ (۳) -۳۸ (۴) -۴۶
۱۴. اگر در یک مستطیل با طول x و عرض y داشته باشیم: $\frac{xy}{x - 2y} = \frac{4y}{x - 2y}$ آنگاه طول مستطیل چند برابر عرض آن است؟
 (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴
۱۵. حاصل ضرب تمام مقادیر ممکن برای a که به ازای آن، معادله $\frac{a}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$ فقط یک جواب داشته باشد، کدام است؟
 (۱) -۱۸ (۲) -۳۶ (۳) صفر (۴) -۱۲
۱۶. اگر a برابر عدد طلایی (نسبت طلایی) باشد، آنگاه چند عدد صحیح در نامساوی $|x - a| < \frac{1}{a}$ صدق می‌کند؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



محل انجام محاسبات

۱۷. کدام یک از تساوی‌های زیر نادرست است؟

(۱) $|2x| = 2|x|$ (۲) $|-5x| = 5|x|$

(۳) $n \in \mathbb{N}, \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| = \frac{1}{n}$ (۴) $|x-2| = |x|+2$

۱۸. مجموع جواب‌های معادله $|x^2 - 2x| = x - 1$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) $2 - \sqrt{5}$ (۳) -۴ (۴) $2 + \sqrt{5}$

۱۹. خط $y = k$ نمودار تابع $f(x) = ||x+1| - 3|$ را در دو نقطه قطع می‌کند، حدود k کدام است؟

(۱) $(3, +\infty)$ (۲) $\{3\} \cup (3, +\infty)$ (۳) $[0, 3]$ (۴) $\{0\} \cup (2, +\infty)$

۲۰. کدام گزینه بیانگر عبارت زیر است؟

«بر روی محور طول‌ها نقطه‌ای وجود دارد که مجموع فاصله آن از دو نقطه به طول ۱- و ۳ روی محور xها برابر ۶ است.»

(۱) $|x+1| + |x-3| = 6$ (۲) $|x-1| + |x+3| = 6$
(۳) $\sqrt{(x+1)^2 + (x-3)^2} = 6$ (۴) $\sqrt{(x-1)^2 + (x+3)^2} = 6$

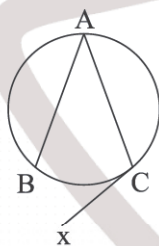
مدت پاسخ‌گویی: ۱۸ دقیقه

هندسه

۲۱. مرکز دایره $C(O, 3a)$ از دو وتر $AB = 5a + 2$ و $CD = 10 + a$ به یک فاصله است. طول بزرگ‌ترین

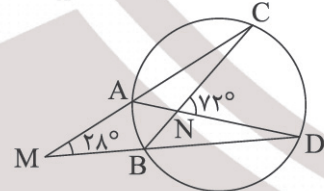
وتر دایره چقدر است؟

(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶



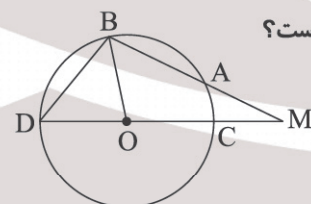
۲۲. در شکل زیر $\angle ACx = 110^\circ$ و $AB = AC$. زاویه $\hat{BAC}$ چند درجه است؟

(۱) 30° (۲) 35° (۳) 40° (۴) 45°



۲۳. در دایره شکل زیر به شعاع 10 ، طول کمان AB برابر کدام است؟

(۱) $\frac{25}{9}\pi$ (۲) $\frac{22}{9}\pi$ (۳) $\frac{3}{9}\pi$ (۴) $\frac{23}{9}\pi$



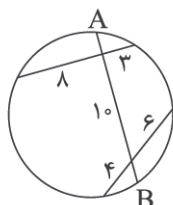
۲۴. در دایره $C(O, R)$ ، $AM = R$ و $\angle DBO = 51^\circ$. زاویه M چند درجه است؟

(۱) 27° (۲) 36° (۳) 26° (۴) 37°

۲۵. از نقطه M خارج یک دایره، مماس MA و یک قاطع رسم می‌کنیم تا دایره را در B و C قطع کند. اگر

$MB < MC$ باشد، زاویه $\hat{MAC}$ چند برابر $\hat{ABM}$ است؟

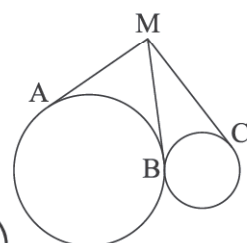
(۱) $8/5$ (۲) $1/2$ (۳) $1/5$ (۴) ۱



۲۶. در شکل زیر، طول وتر AB کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲

۲۷. در شکل زیر، شعاع دایره بزرگ‌تر، دو برابر شعاع دایره کوچک‌تر است و MA ، MB و MC بر دایره‌ها



مماس‌اند. مقدار $\frac{MA}{MC}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۲۸. در دو دایره متقاطع به مراکز O و O' و شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، فاصله نقطه تلاقی دو دایره از وسط OO' برابر $\frac{1}{4}OO'$ می‌باشد. اندازه مماس مشترک خارجی این دو دایره، چند واحد است؟

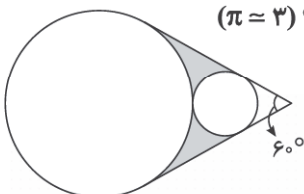
- ۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۲۹. دایره‌های C(O, ۳) و C'(O', ۴) در نقطه M مماس داخلی‌اند. اگر امتداد MO' دایره بزرگ‌تر را در A قطع کند و پاره خط AN بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، مساحت مثلث ONO' کدام است؟

- ۱/۲ (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۴ (۳) ۳ (۴)

۳۰. در شکل زیر، شعاع دایره‌ها ۳ و ۱۲ است. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟ ($\pi \approx 3$)

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴)



مدت پاسخ‌گویی: ۱۷ دقیقه

آمار و احتمال

۳۱. گزاره‌های $p \Leftrightarrow \sim r$ و $(p \vee q) \Rightarrow ((p \wedge q) \vee r)$ هر دو نادرست هستند. کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- ۱) p نادرست، r نادرست و q نادرست ۲) p نادرست، r درست، q درست
۳) p درست، r درست، q نادرست ۴) p نادرست، r نادرست، q درست

۳۲. دامنه متغیر گزاره‌نمای زیر، مجموعه {۱، ۲، ۳، ۴} است.

$$\langle n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow \text{فرد است } n \rangle$$

مجموعه جواب، چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۳. گزاره مرکب $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \vee [q \wedge \sim (p \wedge q)]$ با کدام گزینه هم‌ارز است؟

- T (۱) F (۲) p (۳) q (۴)

۳۴. ارزش کدام گزاره سوری درست است؟

۱) $\forall x \in \mathbb{R}; \sim (\frac{x^2-1}{x-1} = x+1)$ ۲) $\sim (\exists y \in \mathbb{R}; \frac{1-2y}{y} = 0)$

۳) $\sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + x + 3 \geq 0)$ ۴) $\exists y \in \mathbb{R}; \sim ((y^2 + 1 = 0) \wedge (y^2 \geq 0))$

۳۵. نقیض گزاره «عدد صحیحی وجود دارد که مربع آن بزرگ‌تر از خودش نیست» به کدام صورت نوشته می‌شود؟

۱) $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 > x$ ۲) $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 > x$

۳) $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 \leq x$ ۴) $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 \leq x$

۳۶. دو مجموعه $A = \{\{6, 8\}, \{y-1\}, y+1\}$ و $B = \{\{x-5\}, \{x+2, 3z\}, 3\}$ با هم مساوی‌اند.

x + y + z کدام گزینه است؟

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴)

۳۷. A و B و C سه مجموعه ناتهی هستند که $A \cup B' \subseteq C$. کدام گزاره درست است؟

۱) $\forall x; ((x \in A) \vee (x \notin B)) \Rightarrow (x \in C)$ ۲) $\forall x; ((x \in A) \vee (x \notin B)) \Rightarrow (x \notin C)$

۳) $\forall x; ((x \in A) \wedge (x \in B)) \Rightarrow (x \in C)$ ۴) $\forall x; ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \Rightarrow (x \notin C)$

۳۸. با افزودن ۲ عضو به یک مجموعه n عضوی، تعداد زیرمجموعه‌هایش ۴۸ واحد افزایش می‌یابد. یک مجموعه

n + ۵ عضوی چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟

- ۶۴ (۱) ۳۶ (۲) ۳۲ (۳) ۱۶ (۴)

۳۹. مجموعه $[(A - B)' - (A \cap B)]$ با کدام مجموعه برابر است؟

- A (۱) B (۲) A' (۳) $\emptyset$ (۴)

۴۰. مجموعه‌های A و B و C به گونه‌ای هستند که $A \subseteq (B - C)$ و $A' \subseteq (B \cup C)$. کدام نتیجه‌گیری الزاماً

درست است؟

- A = $\emptyset$ (۱) C = U (۲) C = $\emptyset$ (۳) B = $\emptyset$ (۴)